

Homework #0

Part 1

1. 3원짜리 동전 5개와 7원짜리 동전 5개가 있다. 다음 중에서 이 동전들을 사용하여 지불할 수 없는 금액은?

- ① 16원 ② 17원 ③ 18원 ④ 19원 ⑤ 20원

2. 40명의 학생들에게 두 문제를 내어 풀게 했더니 1번 문제를 푼 학생은 정확히 25명이었으며 두 문제를 모두 푼 학생은 정확히 10명이었다. 2번 문제를 푼 학생의 수의 최솟값과 최댓값은 각각 얼마인가?

- ① 0, 10 ② 5, 25 ③ 10, 25 ④ 20, 25 ⑤ 25, 40

3. 빨간 공 a개와 파란 공 b개가 들어있는 자루가 있다. 이 자루에서 빨간 공 5개를 빼내었더니, 자루에 들어 있는 빨간 공의 개수가 정확히 자루에 들어 있는 전체 공의 개수의 $\frac{3}{5}$ 이 되었다. a와 b는 모두 1 이상이라고 할 때에, 가능한 a의 최솟값은?

- ① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 20

4. 1부터 5까지 숫자를 단 한 번씩만 써서 만든 다섯 자리 수들을 가장 작은 수부터 커지는 순서로 나열했을 때, 50번째에 오는 수는?

- ① 31245 ② 31254 ③ 32145 ④ 32154 ⑤ 32415

5. 1부터 999까지의 자연수 중에서 101 또는 522와 같이 같은 숫자를 2개 이상 포함하는 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 259 ② 260 ③ 261 ④ 262 ⑤ 263

6. 칠판에 연속된 일곱 개의 자연수가 적혀있다. 이 중에 하나의 수를 지우고 나머지를 더했더니, 2015였다. 지운 수는 무엇인가?

- ① 331 ② 334 ③ 337 ④ 340 ⑤ 343

7. 어느 우물 안에는 개구리가 한 마리 살고 있다. 이 개구리는 우물의 바닥에서부터 벽을 타고 기어올라 우물 밖으로 나오려고 한다. 개구리는 낮 동안 우물 벽을 타고 3m를 기어올라 올 수 있지만 밤에는 잠을 자며 그동안 2m를 미끄러진다고 한다. 우물의 깊이가 정확히 19.4m라면 오늘 낮부터 시작하여 이 개구리가 우물 밖을 나오기 까지 최소 몇 밤을 우물 안에서 잠들어야 할까?

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

8. 어떤 프로그램은 임의의 자연수에 대해서 그 결과가 1이 나올 때 까지, 아래의 연산을 반복한다.

□ 자연수가 짝수라면 2로 나눈다. 홀수라면 3을 곱하고 1을 더한다.

예를 들어, 자연수 5에서 시작했다면, 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1의 순서로 값이 변하며 마지막에 1에 도달하게 된다. 이때에 실행한 연산의 횟수는 5회이다. 그렇다면 682는 위의 연산을 몇 회 실행했을 때 1에 도달하게 될까?

- ① 7 ② 10 ③ 12 ④ 13 ⑤ 1에 도달하지 못함

9. 키가 모두 다른 8명의 사람들 A, B, C, D, E, F, G, H가 어떤 순서대로 한 줄로 서 있다. 각자가 자신보다 앞에 서 있는 사람들 중 키가 작은 사람들의 수 x 와, 자신보다 뒤에 서 있는 사람들 중 키가 작은 사람들 수 y 를 세어 순서쌍 (x, y) 로 표시하였더니 다음과 같았다.

A:(1,1), B:(6,1), C:(0,3), D:(0,0), E:(0,4), F:(5,0), G:(1,0), H:(3,3)
 앞에서 4번째 사람은 누구인가?

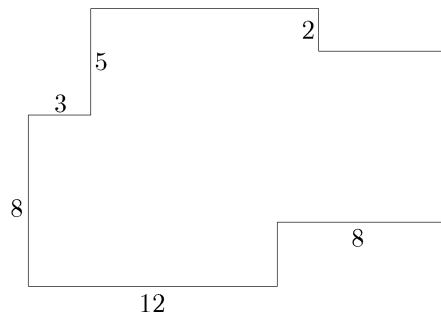
- ① A ② B ③ C ④ E ⑤ H

10. 아래처럼 네 자리 자연수 ABCD에 D를 곱했더니 네 자리 자연수 DCBA가 되었다. A, B, C, D는 모두 0 이상 9이하의 서로 다른 숫자이다. D는 몇일까?

$$\begin{array}{r} \text{A B C D} \\ \times \quad \quad \quad \text{D} \\ \hline \text{D C B A} \end{array}$$

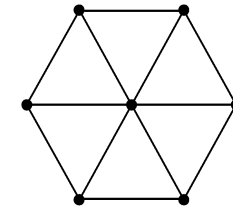
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

11. 아래 그림은 둘레가 수평 혹은 수직인 선분으로 이루어진 어떤 도형에서 몇 개의 변의 길이를 표시한 것이다. 이 도형의 둘레의 길이는 얼마인가?



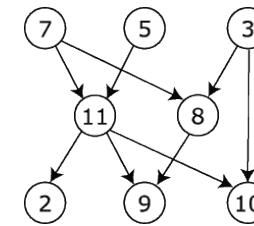
- ① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

12. 아래 도형은 한붓그리기가 불가능하다. 즉, 종이에서 연필을 떼지 않고 모든 선분을 한 번씩만 지나도록 그리는 것은 불가능한 도형이다. 만약 같은 선분을 두 번 이상 지나는 것을 허용하여 연필을 종이에서 떼지 않고 한 번에 그린다면 두 번 이상 그려야 하는 선분의 최소 개수는 몇 개일까?



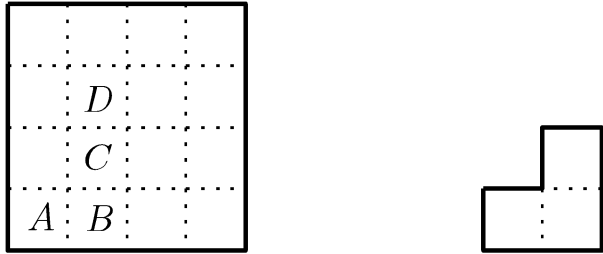
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 다음은 여덟 종류의 작업을 수행하기 위해서 작업들 간의 순서 관계를 나타낸 도표이다. 예를 들어, 11번 작업을 수행하려면 7번과 5번 작업을 먼저 수행해야 한다. 보기의 순서대로 작업을 수행할 경우에 모든 작업이 정상적인 방식으로 완료될 수 없는 것은?



- ① 7 5 3 11 8 2 9 10 ② 7 5 3 10 2 11 8 9
 ③ 5 7 3 8 11 10 9 2 ④ 3 5 7 11 8 10 2 9
 ⑤ 5 3 7 11 8 2 9 10

14. 명수네 집은 화장실 공사중이다. 명수네 집의 화장실은 아래의 왼쪽 그림과 같은 가로, 세로 4인 정사각형 모양이다. 화장실 바닥을 오른쪽 그림과 같은 모양의 타일로 채우려고 하는데, 화장실 바닥 중 한 칸은 하수도를 연결하기 위한 배수구로 사용해야 하기 때문에 타일로 채울 필요가 없다. 명수는 아래 그림에서 A, B, C, D 중 한 곳을 배수구 위치로 하고 싶다. 화장실 배수구의 위치로 불가능한 곳은 어디일까?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ 없다

15. 두 사람 A와 B는 4 이상의 자연수 N을 정한 후, 다음과 같은 게임을 한다.
 (1) A는 1부터 시작하여 하나에서 세 개까지의 연속된 자연수를 외친다.
 (2) B는 A가 부른 수의 다음 자연수부터 시작하여 하나에서 세 개까지의 연속된 자연수를 외친다.
 (3) 다시 A는 B가 부른 수의 다음 자연수부터 시작하여 하나에서 세 개까지의 연속된 자연수를 외친다.
 (4) (2)와 (3)을 반복하다 누구든지 N을 외치면 게임이 종료되며 승자가 된다.
 예를 들면, N = 15일 때에, A가 외친 수들을 ()안에, B가 외친 수들을 [] 안에 써서 표시하면 가능한 경우 중 하나는 (1, 2, 3) - [4, 5] - (6, 7, 8) - [9, 10, 11] - (12, 13, 14) - [15]로 B가 이기게 된다. A와 B가 N을 정하여 게임을 다시 시작하려고 한다. 다음 중 A가 무슨 수를 써도 B가 항상 이기는 방법이 가능한 N은 무엇일까?

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 없다

Part 2

1. 1에서 10까지의 자연수를 모두 곱한 수를 X라고 하자. X를 8진수로 표기하면 제일 오른쪽에 연속으로 나타나는 0은 모두 몇 개일까?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

2. 정점 6개가 있는 그래프에서, 각 정점마다 간선으로 연결된 다른 정점의 수를 세었더니 다음 보기와 같았다고 하자. 이 중 불가능 한 것은 무엇일까?

- ① 1, 1, 1, 2, 2, 2 ② 5, 5, 5, 5, 5, 5 ③ 2, 2, 2, 2, 2, 2
 ④ 3, 3, 4, 4, 4, 4 ⑤ 0, 0, 0, 0, 0, 0

3. 1 이상인 네 정수 a, b, c, d에 대해 $a + b + c + d = 10$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b, c, d)의 가짓수는?

- ① 24 ② 84 ③ 112 ④ 120 ⑤ 216

4. 5원, 8원 두 가지 종류의 우표가 있다. 이 두 종류의 우표를 이용하여 우편 요금을 지불하려고 한다. 우표의 개수에 제한이 없을 때 우편 요금이 어떤 값 X 이상이라면 항상 이 두 가지 우표를 이용하여 지불할 수 있다. X의 최솟값은 무엇인가?

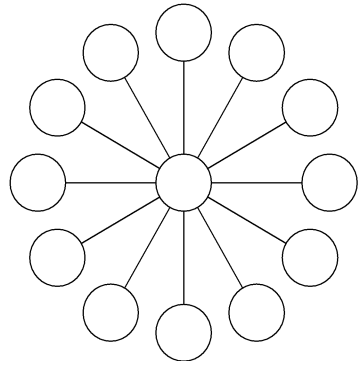
- ① 24 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 31

5. 아래처럼 네 자리 자연수 ABCD에 E를 곱했더니 네 자리 자연수 DCBA가 되었다. A, B, C, D, E는 모두 1 이상 9 이하의 서로 다른 숫자이다. D는 몇일까?

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ D \\ \times \quad \quad \quad E \\ \hline D \ C \ B \ A \end{array}$$

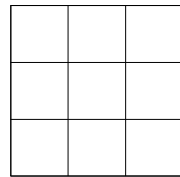
- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 1에서 13까지의 자연수를 아래 그림의 원 안에 하나씩 써넣을 때에 가운데 원을 지나 는 직선 위에 놓인 세 숫자의 합이 모두 같도록 만들고 싶다. 가운데 원에 넣을 수 없 는 수는 무엇인가?



- ① 1 ② 6 ③ 7 ④ 13 ⑤ 없다

7. 1, 2, 3, 10, 11, 12, 19, 20, 21을 아래 그림과 같은 정방형 칸에 하나씩 넣어 가 로, 세로, 대각선의 합이 모두 X로 같게 만들려고 한다. 가능한 X의 값은 무엇인가?

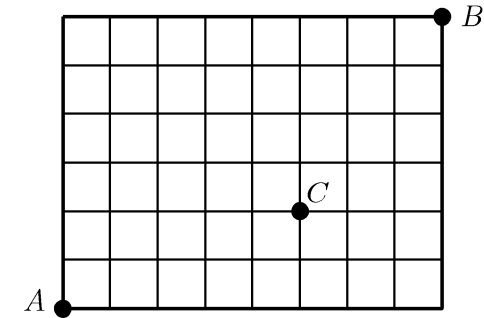


- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

8. 어떤 자연수의 제곱으로 나타낼 수 있는 수를 제곱수라고 부른다. 예를 들어, 1, 4, 9 등은 제곱수이다. 임의의 자연수는 여러 개의 제곱수의 합으로 표현할 수 있다. 예를 들어, $5 = 4 + 1$, $7 = 4 + 1 + 1 + 1$ 과 같이 쓸 수 있으며 5는 두 개의 제곱수의 합, 7은 4개의 제곱수의 합으로 나타낼 수 있다는 것을 알 수 있다. 그렇다면 89는 최소 몇 개의 제곱수의 합으로 표현할 수 있을까?

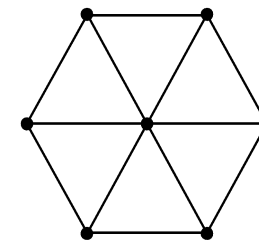
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 철수의 집은 A에 있다. 집에서 출발하여 B지점에 있는 학교까지 걸어가야 하는데 중간에 C지점에 있는 편의점을 들러서 가고 싶어 한다. 아래 그림은 A, B, C 지점의 주변을 약도로 표시한 것으로 각 선분은 철수가 지날 수 있는 길을 의미하며 가장 작은 정사각형의 가로, 세로 길이는 모두 정확히 1이다. 철수가 선택할 수 있는 최단 경로는 모두 몇 가지인가?



- ① 315 ② 420 ③ 525 ④ 735 ⑤ 1176

10. 아래 도형은 각 꼭짓점 사이의 거리가 1인 도형이며, 한붓그리기가 불가능하다. 즉, 종이에서 연필을 떼지 않고 모든 선분을 한 번씩만 지나도록 그리는 것은 불가능한 도형이다. 만약 같은 선분을 두 번 이상 지나는 것을 허용하여 연필을 종이에서 떼지 않고 한 번에 그린다면, 연필의 이동거리는 최소 얼마가 될까?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. 양의 정수들이 주어질 때, 이들 정수 중 한 개 이상을 선택하고 이 선택한 정수를 모두 더하여 하나의 정수를 만들 수 있다. 예를 들어, 4개의 양의 정수 (1, 2, 1, 4)가 주어질 경우 다음과 같이 1부터 8까지의 모든 정수를 만들 수 있다:

$$1, 2, 1+2=3, 4, 1+4=5, 2+4=6, 1+2+4=7, 1+2+1+4=8$$

10개의 양의 정수 (25, 10, 1, 1, 7, 2, 3, 104, 20, 30)가 주어질 때에 여기에 어떤 양의 정수 하나를 더 추가하면 이들 11개의 정수들로부터 1부터 200까지의 모든 정수들을 만들 수 있다. 추가해야 할 정수의 최솟값은 무엇인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

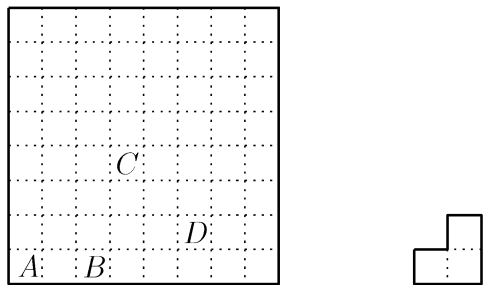
12. 어떤 프로그램은 임의의 자연수에 대해서 그 결과가 1이 나올 때 까지, 아래의 연산을 반복한다.

그 자연수가 짝수라면 2로 나눈다. 홀수라면 3을 곱하고 1을 더한다.

예를 들어, 자연수 5에서 시작했다면, 5 -> 16 -> 8 -> 4 -> 2 -> 1의 순서로 값이 변하며 마지막에 1에 도달하게 된다. 이때에 실행한 연산의 횟수는 5회이다. 아래의 보기에 주어진 자연수 중 1이 되기까지 가장 많은 연산이 필요한 것은 무엇일까?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 명수네 집은 화장실 공사중이다. 명수네 집의 화장실은 아래의 왼쪽 그림과 같은 가로, 세로 8인 정사각형 모양이다. 화장실 바닥을 오른쪽 그림과 같은 모양의 타일로 채우려고 하는데, 화장실 바닥 중 한 칸은 하수도를 연결하기 위한 배수구로 사용해야 하기 때문에 타일로 채울 필요가 없다. 명수는 아래 그림에서 A, B, C, D 중 한 곳을 배수구 위치로 하고 싶다. 화장실 배수구의 위치로 불가능한 곳은 어디일까?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ 없다

14. 10명의 사람들이 순서대로 줄을 서 있다. 앞에 있는 사람부터 차례대로 가지고 있는 구슬의 수가 10, 13, 26, 11, 15, 12, 18, 13, 25, 7개이다. 사람들이 가지는 구슬의 개수를 모두 같게 하기 위하여 분배작업을 수행하려 한다. 분배작업 1회는 다음과 같다.

어떤 한 명이 인접한 한 사람에게 자신이 가지고 있는 구슬 중 일부를 준다.

모든 사람이 같은 수의 구슬을 가지게 하는데 필요한 분배작업의 최소 횟수는 얼마인가?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. KOI 왕국의 통치자인 King Suryal은 마음씨가 좋다. 어느 날 King Suryal은 첩보를 통해 왕국 와인 저장고의 1000병의 와인 중에 한 병에 독이 들어 있다는 사실을 알아내었다. 하지만 어떤 와인 병에 독이 든 것인지는 알 수가 없었다. King Suryal은 부하들을 죽일 수는 없어서 생쥐 N마리에게 와인을 먹여서 독이 든 병을 찾기로 했다. 첩보에 의하면 독이 든 와인은 독이 너무나 강력하여 다른 와인과 섞어 얼마만큼 희석을 시킨다 하더라도 마신 후 정확히 30일 후에 무조건 사망한다고 한다. King Suryal은 오늘로부터 정확히 30일 후에 있을 축제에 와인을 사용할 예정이므로 각 생쥐에게 와인을 먹일 수 있는 횟수는 1회이다. 많은 생쥐를 사용하지 않으려하므로 N을 최소화했다고 한다. 이 N마리의 생쥐 중 어떤 경우에라도 최대 K마리만을 희생시키려고 한다. 가능한 K의 최솟값은 얼마인가?

- ① 1 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 999